46 Partie A

1. Pour tout $q \in [10\,;100]$:

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q} = \frac{3q^2 + 40q + 2\,700}{q} = \frac{3q^2}{q} + \frac{40q}{q} + \frac{2\,700}{q}$$
$$= 3q + 40 + \frac{2\,700}{q}.$$

Pour tout $q \in [10\,;100] : C'_M(q) = 3 - \dfrac{2\,700}{q^2}.$

2.a. et **b.** En mettant au même dénominateur, on obtient :

$$C'_M(q) = \frac{3q^2 - 2\,700}{q^2} = \frac{3(q^2 - 900)}{q^2} = \frac{3(q^2 - 30^2)}{q^2}$$
$$= \frac{3(q-30)(q+30)}{q^2}.$$

3.

q	10		30		100
$C'_M(q)$		$-$	0	$+$	
C_M	340	$\searrow$	220	$\nearrow$	367

4. Le coût moyen minimum est de 220 € ; il est atteint pour une production de 30 tonnes de produit.

Partie B

1. $C_m(20) = C(21) - C(20) = 163$; lorsque l'on fabrique 20 tonnes de produit, le surcoût pour une tonne supplémentaire s'élève à 163 €.

2.

$$C_m(q) = C(q+1) - C(q)$$
$$= 3(q+1)^2 + 40(q+1) + 2\,700 - (3q^2 + 40q + 2\,700)$$
$$= 3(q^2 + 2q + 1) + 40q + 40 + 2\,700 - 3q^2 - 40q - 2\,700$$
$$= 6q + 43$$

3. $C'(q) = 6q + 40$. Les deux expressions sont très proches : on prend d'ailleurs très souvent C' comme approximation du coût marginal.

Partie C

Oui. L'intersection des deux courbes a pour abscisse $x = 30$, qui correspond à la quantité pour laquelle le coût moyen est minimal.